



**Частное учреждение высшего образования
«Институт государственного администрирования»**

Кафедра социально-гуманитарных и естественнонаучных дисциплин

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

 П.Н. Рузанов

«26» августа 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»**

**по направлению подготовки
38.03.01 ЭКОНОМИКА
профиль «Финансы и кредит»**

**Квалификация – бакалавр
Форма обучения: очная, очно-заочная, заочная**

Москва 2021 г.

Рабочая программа по дисциплине «**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**» составлена на основании требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат, № 954 от 12.08.2020, для обучающихся по направлению подготовки **38.03.01 Экономика**.

Составитель

Гаврилычева Мария Геннадьевна

РАССМОТРЕНА И ПРИНЯТА

на заседании кафедры «Социально-гуманитарных

и естественнонаучных дисциплин»

«23» августа 2021 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой



Джалилова Н.А.

(подпись)

Аннотация

Рабочая программа дисциплины составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки **38.03.01 Экономика**.

Дисциплина «**Линейная алгебра**» реализуется в рамках базовой обучающимся очной, очно-заочной и заочной форм обучения. *Целью* изучения дисциплины линейная алгебра студентами, обучающимися по направлению экономика, является овладение системой базовых знаний по теории и прикладным методам линейной алгебры, которые создают основу для изучения смежных математических дисциплин и дисциплин профессионального цикла, формирование современного стиля научного мышления на примерах формализации, анализа и исследования прикладных задач средствами линейной алгебры, формирование представления о роли и месте линейной алгебры среди других разделов математики.

Для достижения целей преподавания дисциплины предполагается выполнение следующих *задач*:

сформировать базовые знания по линейной алгебре на единой основе – методе Гаусса решения систем линейных уравнений, освоить вычисление ранга матрицы, величины определителя, обратной матрицы, определение знака квадратичной формы указанным методом;

ознакомить студентов с применением методов линейной алгебры в приложениях;

способствовать развитию у студентов вычислительных навыков, уяснению места и роли методов линейной алгебры в процессе решения задач прикладного характера численными методами.

В результате освоения образовательной программы обучающийся должен овладеть следующими навыками по дисциплине «Линейная алгебра»:

Знать: основы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;

Уметь: применять методы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;

Владеть: навыками применения современного математического инструментария, в том числе линейной алгебры, для решения экономических задач.

Структура рабочей программы

1. Выписка из ФГОС ВО
2. Выписка из Учебного плана
 - 2.1. Трудоёмкость дисциплины
3. Компетенции, закреплённые за дисциплиной
Планируемые результаты обучения по дисциплине
4. Место дисциплины в структуре образовательной программы
5. Объём дисциплины и виды учебной работы
6. Содержание и структура дисциплины
7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
8. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по дисциплине
 - 8.1. Виды и трудоёмкость самостоятельной работы
 - 8.2. Информационно-методические ресурсы самостоятельной работы
 - 8.3. Самостоятельное изучение тем/разделов дисциплины
 - 8.4. Требования к обучающимся в ходе выполнения самостоятельной работы
9. Методические указания к оформлению разных форм отчетности по самостоятельной работе
 - 9.1. Эссе
 - 9.2. Реферат
 - 9.3. Расчётно-графическая работа
 - 9.4. Контрольная работа
 - 9.5. Курсовая работа
 - 9.6. Доклад
 - 9.7. Презентация
10. Фонд оценочных средств по дисциплине
 - 10.1. Примерный перечень вопросов к зачёту, экзамену
 - 10.2. Оценивание обучающегося на зачете
11. Основная и дополнительная учебная литература дисциплины
 - 11.1. Основная литература
 - 11.2. Дополнительная литература
12. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
13. Информационные технологии, используемые для осуществления образовательного процесса по дисциплине
 - 13.1. Информационные технологии
 - 13.2. Программное обеспечение (комплект лицензионного программного обеспечения)
 - 13.3. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы
14. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Выписка из ФГОС ВО

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования – бакалавриат, № 954 от 12.08.2020, для обучающихся по направлению подготовки **38.03.01 Экономика**.

2. Выписка из Учебного плана о трудоемкости дисциплины «Линейная алгебра»

2.1. Трудоемкость дисциплины. Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 7 (ЗЕ), 252 ч.

Виды учебной работы	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины (в часах)	252	252	252
Аудиторная работа (в часах):	120	82	24
Лекции (Л)	60	38	12
Практические занятия (ПЗ)	60	44	12
Самостоятельная работа (СР) (в часах):	105	143	219
Контроль	27	27	9
Форма итогового контроля по дисциплине	экзамен	экзамен	экзамен

3. Компетенции, закрепленные за дисциплиной. Индикаторы достижения компетенций. Планируемые результаты обучения по дисциплине

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1. Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи	РОЗ -УК-1.1: - знать состав, структуру требуемых данных и информации, процессы их сбора, обработки и интерпретации; различные варианты решения задачи
	УК-1.2. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов	РОУ -УК-1.2: - уметь анализировать задачи, выделяя их базовые составляющие; осуществлять декомпозицию задачи; находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи; грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки; отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности
	УК-1.3. Анализирует пути решения проблем мировоззренческого, нравственного и личностного характера на основе использования основных философских идей и категорий в их исто-	РОВ -УК-1.3: - владеть оценкой практических последствий возможных решений задачи

	рическом развитии и социально-культурном контексте	
УК-10 Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-10.1. Анализирует экономические решения в различных областях жизнедеятельности	РОЗ -УК-10.1: - знать базовые экономические решения в различных областях жизнедеятельности
	УК-10.2. Участвует в обосновании экономических решений	РОУ -УК-10.2: - уметь принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности
	УК-10.3. Принимает обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	РОВ -УК-10.3: - владеть способностью принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности

4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Б1. О.8. Дисциплина «**Линейная алгебра**» реализуется в рамках обязательной части учебного плана подготовки бакалавра для обучающихся по направлению подготовки **38.03.01 Экономика, профиль «Финансы и кредит»** очной, заочной, очно-заочной форм обучения.

5. Объем дисциплины и виды учебной работы:

Виды учебной работы	очная форма обучения	очно-заочная обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины (в часах)	252	252	252
Аудиторная работа (в часах):	120	82	24
Лекции (Л)	60	38	12
Практические занятия (ПЗ)	60	44	12
Самостоятельная работа (СР) (в часах):	105	143	219
Контроль	27	27	9
Форма итогового контроля по дисциплине	экзамен	экзамен	экзамен

6. Содержание и структура дисциплины:

Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных

Очная форма обучения

Наименование разделов (включая темы)	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)					Оценочные средства	Результаты обучения
	Общее к-во часов	Контактная работа			СР		
		Всего часов	Л	ПЗ			
Тема 1. Линейные операции с матрицами.	26	16	8	8	10	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).	26	16	8	8	10	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).	26	16	8	8	10	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 4. Подпространства ЛВП.	26	12	6	6	14	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	26	12	6	6	14	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 6. Евклидово	24	12	6	6	12	Опрос, тип-	РОЗ -УК-1.1, РОУ -

пространство.						вые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 7. Определители. Формулы Крамера.	24	12	6	6	12	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 8. Линейные операторы.	24	12	6	6	12	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 9. Квадратичные формы.	23	12	6	6	11	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Экзамен	27	-	-	-	-		
Всего по курсу часов:	252	120	60	60	105		

Очно-заочная форма обучения

Наименование разделов (включая темы)	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)					Оценочные средства	Результаты обучения
	Общее к-во часов	Контактная работа			СР		
		Всего часов	Л	ПЗ			
Тема 1. Линейные операции с матрицами.	26	10	6	4	16	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3

Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).	26	10	4	6	16	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).	26	10	4	6	16	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 4. Подпространства ЛВП.	26	10	4	6	16	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	26	10	4	6	16	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 6. Евклидово пространство.	24	8	4	4	16	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 7. Определители. Формулы Крамера.	24	8	4	4	16	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 8. Линейные операторы.	24	8	4	4	16	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, пре-	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-

						зентации по выбору обучающегося)	10.3
Тема 9. Квадратичные формы.	23	8	4	4	15	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Экзамен	27						
Всего по курсу часов:	252	82	38	44	143		

Заочная форма обучения

Наименование разделов (включая темы)	Виды учебной работы и трудоемкость (в часах)					Оценочные средства	Результаты обучения
	Общее к-во часов	Контактная работа			СР		
		Всего часов	Л	ПЗ			
Тема 1. Линейные операции с матрицами.	26	2	2	-	24	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).	26	2	-	2	24	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).	26	2	2	-	24	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 4. Подпространства ЛВП.	26	2	-	2	24	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3

Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	26	2	2	-	24	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 6. Евклидово пространство.	28	2	-	2	26	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 7. Определители. Формулы Крамера.	28	4	2	2	24	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 8. Линейные операторы.	28	4	2	2	24	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Тема 9. Квадратичные формы.	29	4	2	2	25	Опрос, типовые задачи, контрольные задания, презентации по выбору обучающегося)	РОЗ -УК-1.1, РОУ -УК-1.2, РОВ -УК-1.3, РОЗ -УК-10.1, РОУ -УК-10.2, РОВ -УК-10.3
Экзамен	9	-	-	-	-		
Всего по курсу часов:	252	24	12	12	219		

Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам):

Тема 1. Линейные операции с матрицами.

Операции сложения, вычитания матриц согласованных размеров. Умножение матриц на скаляр. Операция транспонирования матриц.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Умножение матриц на столбец.
2. Умножение матриц согласованных размеров.
3. Свойства операций с матрицами (ассоциативность, коммутативность/некоммутативность умножения матриц)

Цели обсуждения: Изучить правила вычислений с матрицами согласованных размеров. Овладеть навыками проведения вычислений с матрицами.

Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).

Формы записи СЛУ. Понятие совместной и несовместной СЛУ. Метод Гаусса-Жордана решения СЛУ. Три случая решений СЛУ: единственное решение, отсутствие решений, решение, зависящее от параметров.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Элементарные операции метода Гаусса-Жордана.
2. Столбцовая запись общего решения в случае, когда решение зависит от параметров.

Цели обсуждения: Изучить правила вычислений по методу Гаусса-Жордана.

Овладеть навыками решения СЛУ в трёх, рассмотренных случаях. Распознавать СЛУ на принадлежность её к одному из трёх случаев.

Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).

Определение ЛВП. Примеры ЛВП. Линейная зависимость/линейная независимость векторов. Базис ЛВП, размерность.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Задачи на линейную зависимость/линейную независимость векторов.
2. Разложение вектора по базису.
3. Свойства разложения вектора по базису.

Цели обсуждения: Овладеть методом проверки свойств операций с элементами множества на предмет установления является ли оно ЛВП. Овладеть методом разложения вектора по базису.

Тема 4. Подпространства ЛВП.

Определение подпространства, линейной оболочки, линейного многообразия. Уравнение прямой, плоскости, гиперплоскости. Представление общего решения СЛУ в виде суммы частного решения неоднородной СЛУ и общего решения однородной СЛУ.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Задачи на понятия подпространства, линейной оболочки, линейного многообразия.
2. Уравнение прямой, плоскости, гиперплоскости.
3. Представление общего решения СЛУ в виде суммы частного решения неоднородной СЛУ и общего решения однородной СЛУ.

Цели обсуждения: Изучить линейные объекты в n -мерном пространстве. Рассмотреть различные ситуации взаимного расположения линейных объектов в n -мерном пространстве.

Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли..

Понятие ранга матрицы. Установление совместности/несовместности СЛУ с помощью теоремы Кронекера-Капелли.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Метод Гаусса для вычисления ранга матрицы.
2. Задачи на проверку существования/несуществования решения СЛУ.

Цели обсуждения: Овладеть методом проверки существования/отсутствия решения СЛУ с помощью теоремы Кронекера-Капелли.

Тема 6. Евклидово пространство.

Определение евклидова пространства. Скалярное произведение векторов. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Отрогональный и ортонормированный базис. Теорема Пифагора.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Проектирование вектора на подпространство.
2. Решение несовместных СЛУ. Геометрия метода наименьших квадратов.

Цели обсуждения: Овладеть методом проектирования вектором на подпространство. Изучить геометрический смысл метода наименьших квадратов при решении несовместных СЛУ.

Тема 7. Определители. Формулы Крамера

Определение определителя матрицы. Определение обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса. Формула обратной матрицы и с использованием понятий определителя, минора и алгебраических дополнений матрицы. Формулы Крамера для решения СЛУ.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Сравнение методов вычисления обратной матрицы методами Гаусса-Жордана и с помощью алгебраических дополнений.
2. Вычисление определителя матрицы методом Гаусса и разложением по строке/столбу матрицы с использованием свойств определителей.
3. Решение СЛУ по формулам Крамера.

Цели обсуждения: Оценить вычислительную сложность при применении метода Гаусса-Жордана и методов, связанных с использованием определителей для решения СЛУ с квадратными матрицами. Овладеть изученными методами решения СЛУ.

Тема 8. Линейные операторы

Определение и примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные числа матрицы линейного оператора.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Вычисление матрицы линейного оператора в заданной паре базисов.
2. Алгоритм решения задачи поиска собственных значений и собственных векторов линейного оператора.

Цели обсуждения: Овладеть методом нахождения собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.

Тема 9. Квадратичные формы (КФ).

Определение КФ. Матрица КФ. Примеры построения симметричной матрицы КФ. Метод Лагранжа приведения КФ к каноническому виду. Понятие о знаке КФ. Критерий Сильвестра определения положительности/отрицательности КФ.

Перечень вопросов для обсуждения:

1. Построение симметричной матрицы КФ.
2. Применение метода Лагранжа для приведения КФ к каноническому виду.
3. Применение критерия Сильвестра для определения знака КФ.

Цели обсуждения: Овладение методом построения матрицы КФ, методом Лагранжа приведения КФ к каноническому виду, критерием Сильвестра для определения знака КФ.

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Обучение по дисциплине «Линейная алгебра» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических (семинарских). Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Для успешного освоения содержания дисциплины и достижения поставленных целей необходимо ознакомиться со следующими документами: выпиской из Учебного плана по данной дисциплине, основными положениями рабочей программы дисциплины, календарным учебно-тематическим планом дисциплины. Данный материал может представить преподаватель на вводной лекции или самостоятельно обучающийся использует данные локальной информационно-библиотечной системы Института.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в локальной информационно-библиотечной системе Института, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

При подготовке к аудиторным занятиям необходимо помнить особенности каждой формы его проведения.

1.1. Подготовка к лекции

С целью обеспечения успешного обучения обучающийся должен готовиться к лекции, поскольку она является важнейшей формой организации учебного процесса, поскольку:

1. знакомит с новым учебным материалом;
2. разъясняет учебные элементы, трудные для понимания;
3. систематизирует учебный материал;
4. ориентирует в учебном процессе.

С этой целью:

1. внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;
2. ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям с темой прочитанной лекции;
3. внесите дополнения к полученным ранее знаниям по теме лекции на полях лекционной тетради;
4. запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции по материалу изученной лекции;
5. постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей подготовке;
6. узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора) и запишите информацию, которой вы владеете по данному вопросу.

1.2. Подготовка к практическому или семинарскому занятию

Подготовка к практическим занятиям

При подготовке и работе во время проведения практических занятий следует обратить внимание на следующие моменты: на процесс предварительной подготовки, на работу во время занятия, обработку полученных результатов, исправление полученных замечаний.

Предварительная подготовка к практическому заключается в изучении теоретического материала в отведенное для самостоятельной работы время, ознакомление с инструктивными материалами с целью осознания задач лабораторной работы/практического занятия, техники безопасности при работе с приборами, веществами.

Работа во время проведения практического занятия включает несколько моментов:

1. консультирование обучающихся преподавателями и вспомогательным персоналом с целью предоставления исчерпывающей информации, необходимой для самостоятельного выполнения предложенных преподавателем задач, ознакомление с правилами техники безопасности при работе в лаборатории;

2. самостоятельное выполнение заданий согласно обозначенной учебной программой тематики.

Обработка, обобщение полученных результатов лабораторной работы проводится обучающимися самостоятельно или под руководством преподавателя (в зависимости от степени сложности поставленных задач). В результате оформляется индивидуальный отчет. Подготовленная к сдаче на контроль и оценку работа сдается преподавателю. Форма отчетности может быть письменная, устная или две одновременно. Главным результатом в данном случае служит получение положительной оценки по каждому практическому занятию. Это является необходимым условием при проведении рубежного контроля и допуска к зачёту. При получении неудовлетворительных результатов обучающийся имеет право в дополнительное время пересдать преподавателю работу до проведения промежуточной аттестации.

Подготовка к семинарским занятиям

Следует разумно организовывать работу по подготовке к семинарскому занятию. К теме каждого семинара даётся определённый план, состоящий из нескольких вопросов, рекомендуется список литературы, в том числе, и обязательной. Работу следует организовать в такой последовательности:

1. прочтение рекомендованных глав из различных учебников;
2. ознакомление с остальной рекомендованной литературой из обязательного списка;
3. чтение и анализ каждого источника (документа).

Прежде всего, следует ознакомиться с методическими указаниями к каждому семинару.

При работе с каждым документом надо ответить для себя на следующие вопросы:

4. Кто автор документа?
5. Какое место эти авторы занимали в обществе?
6. Как мы должны относиться к его свидетельствам, какой ракурс оценки событий он представлял?
7. Каковы причины различного отношения современников к событиям?
8. Следует уяснить значение тех архаичных и незнакомых терминов, что встречаются в тексте.

Выводы из анализа документа должны делаться самостоятельно: хотя в исторической науке не следует пренебрегать авторитетом знаменитых авторов, но следует помнить, что не все научные положения являются бесспорной истиной. Критическое отношение (конечно, обдуманное) является обязательным элементом научной аналитической работы.

Подготовьте ответы на каждый вопрос плана. Каждое положение ответа подтверждается (если форма семинара это предусматривает) выдержкой из документа. Подготовку следует отразить в виде плана в специальной тетради подготовки к семинарам.

Следует продумать ответы на так называемые «проблемно-логические» задания. Каждое из этих заданий связано с работой по сравнению различных исторических явлений, обоснованием какого-либо тезиса, раскрытием содержания определённого понятия. Их следует продумать, а те, которые указаны преподавателем, можно выполнить как краткую письменную работу на одной - двух тетрадных страничках.

Если преподавателем поручено подготовить доклад или сообщение по какой-то указанной теме, то он готовится и в письменной и в устной форме (в расчете на 5-7 минут сообщения). После этого он должен быть на семинаре обсуждён на предмет полноты, глубины раскрытия темы, самостоятельности выводов, логики развития мысли.

На семинарском занятии приветствуется любая форма вовлечённости: участие в обсуждении, дополнения, критика - всё, что помогает более полному и ясному пониманию проблемы.

Результаты работы на семинаре преподаватель оценивает и учитывает в ходе проведения рубежного контроля и промежуточной аттестации.

8. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по дисциплине.

8.1. Виды самостоятельной работы:

Очная, очно-заочная, заочная формы обучения:

Вид самостоятельной работы
Подготовка курсовой работы (по Учебному плану не предусмотрена)
Подготовка к текущим рубежным рейтингам
Подготовка к практическим или семинарским занятиям
Подготовка домашнего задания (подготовка сообщений, докладов, презентаций, решение задач и т.д.)
Проработка и повторение лекционного материала, материала учебников и учебных пособий
Работа с научной литературой
Самостоятельное изучение тем дисциплины
Прочие виды самостоятельной работы

8.2. Информационно-методические ресурсы самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов является важной составной частью учебной работы и имеет целью закрепления и углубления полученных знаний и навыков. Она состоит из непрерывной работы студентов по самостоятельному изучению отдельных тем курса и выполнению текущих контрольных работ, которые имеют целью развитие и закрепления навыков решения задач линейной алгебры.

Для самостоятельного изучения теоретического материала рекомендуется использовать лекции и литературу, указанную в разделе 11. На каждом практическом занятии даётся домашнее задание, которое требуется выполнять к следующему занятию (в том числе и к следующей лекции). Это способствует своевременному освоению, как теоретического материала, так и освоению практических методов решения задач. Часть теоретического материала, также как и домашнее задание, высылается на электронную почту группы. Многие задачи рекомендуется решать из задачников, рекомендованных в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений.

№	Вид СР	Наименование темы
1.	Подготовка к практическим или семинарским занятиям	Темы и планы семинарских занятий указаны в пункте 7
2.	Подготовка домашнего задания (подготовка сообщений, докладов, презентаций, решение задач и т.д.)	Темы докладов, рефератов, презентаций указаны в пункте 9
3.	Работа с научной литературой	Список литературы представлен в пункте 11

№	Вид СР	Наименование темы
4.	Самостоятельное изучение тем дисциплины	Темы для самостоятельного изучения указаны в пункте 8.3.

8.3. Самостоятельное изучение разделов дисциплины

Основу работы при самостоятельном изучении разделов дисциплины составляет работа с учебной и научной литературой, с Интернет-ресурсами.

Последовательность действий, которых целесообразно придерживаться при работе с литературой:

1. Сначала прочитать весь текст в быстром темпе. Цель такого чтения заключается в том, чтобы создать общее представление об изучаемом (не запоминать, а понять общий смысл прочитанного).

2. Затем прочитать вторично, более медленно, чтобы в ходе чтения понять и запомнить смысл каждой фразы, каждого положения и вопроса в целом.

3. Чтение желательно сопровождать записями. Это может быть составление плана прочитанного текста, тезисы или выписки, конспектирование и др. Выбор вида записи зависит от характера изучаемого материала и целей работы с ним. Если содержание материала несложное, легко усваиваемое, можно ограничиться составлением плана. Если материал содержит новую и трудно усваиваемую информацию, целесообразно его законспектировать. Результаты конспектирования могут быть представлены в различных формах:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

План - это схема прочитанного материала, краткий (или подробный) перечень вопросов, отражающих структуру и последовательность материала. Подробно составленный план вполне заменяет конспект.

Различаются четыре типа конспектов.

План-конспект - это развернутый детализированный план, в котором достаточно подробные записи приводятся по тем пунктам плана, которые нуждаются в пояснении.

Текстуальный конспект - это воспроизведение наиболее важных положений и фактов источника.

Свободный конспект - это четко и кратко сформулированные (изложенные) основные положения в результате глубокого осмысливания материала. В нем могут присутствовать выписки, цитаты, тезисы; часть материала может быть представлена планом.

Тематический конспект - составляется на основе изучения ряда источников и дает более или менее исчерпывающий ответ по какой-то схеме (вопросу).

В процессе изучения материала источника, составления конспекта нужно обязательно применять различные выделения, подзаголовки, создавая блочную структуру конспекта. Это делает конспект легко воспринимаемым, удобным для работы.

Очная форма обучения:

№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
1.	Тема 1. Линейные операции с матрицами.	10 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
2.	Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).	10 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
3.	Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).	10 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
4.	Тема 4. Подпространства ЛВП.	14 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
5.	Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	14 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
6.	Тема 6. Евклидово пространство.	12 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
7.	Тема 7. Определители. Формулы Крамера.	12 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
8.	Тема 8. Линейные операторы.	12 часов (преподаватель предварительно ориентирует)

№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
		ет распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
9.	Тема 9. Квадратичные формы.	11 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
ИТОГО		105

Очно-заочная форма обучения:

№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
1.	Тема 1. Линейные операции с матрицами.	16 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
2.	Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).	16 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
3.	Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).	16 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
4.	Тема 4. Подпространства ЛВП.	16 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
5.	Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	16 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
6.	Тема 6. Евклидово пространство.	16 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно

№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
		свою работу по мере сложности)
7.	Тема 7. Определители. Формулы Крамера.	16 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
8.	Тема 8. Линейные операторы.	16 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
9.	Тема 9. Квадратичные формы.	15 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
ИТОГО		143

Заочная форма обучения:

№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
1.	Тема 1. Линейные операции с матрицами.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
2.	Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
3.	Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
4.	Тема 4. Подпространства ЛВП.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
5.	Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует

№ раздела	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
		ет распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
6.	Тема 6. Евклидово пространство.	26 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
7.	Тема 7. Определители. Формулы Крамера.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
8.	Тема 8. Линейные операторы.	24 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
9.	Тема 9. Квадратичные формы.	25 часов (преподаватель предварительно ориентирует распределение часов по вопросам, обучающийся распределяет самостоятельно свою работу по мере сложности)
ИТОГО		219

8.4. Требования к обучающимся в ходе выполнения самостоятельной работы

Обучающийся должен быть готов к регулярной самостоятельной образовательной деятельности, а именно:

1. К освоению новых технологий, новых систем знаний;
2. К самостоятельному планированию, проектированию и внедрению новшеств;
3. К самообразованию (самостоятельно и охотно приобретать недостающие знания из разных источников);
4. К развитию у себя исследовательских умений (умения выявления проблем, сбора информации, наблюдения, проведения экспериментов, анализа, построения гипотез, обобщения);
5. К развитию системного мышления;
6. К самооценке своего образовательного результата.

9. Методические указания к оформлению разных форм отчетности по самостоятельной работе

9.1. Эссе

Написание эссе – это вариант творческой работы, в которой должна быть выражена позиция автора по избранной теме.

Эссе – прозаическое сочинение небольшого объема и свободной композиции, трактующее тему и представляющее попытку передать индивидуальные впечатления и соображения, так или иначе, с ней связанные.

Алгоритм выполнения задания:

1. Выбрать тему эссе, если она не задана изначально.
2. Сформулировать предмет анализа в эссе или исходные тезисы.
3. Правильно подобрать и эффективно использовать необходимые источники (желательно, чтобы в их число входили первоисточники).
4. Критически проанализировать различные факты и оценить их интерпретацию.
5. Сформулировать собственные суждения и оценки, основанные на свидетельствах и тщательном изучении источника.

Эссе должно включать следующие части, отвечающие определенным требованиям:

1. Краткое содержание, в котором необходимо:
 - 1.1. четко определить тему и предмет исследования или основные тезисы;
 - 1.2. кратко описать структуру и логику развития материала;
 - 1.3. сформулировать основные выводы.
2. Основная часть эссе содержит основные положения и аргументацию.
3. Заключение, в котором следует:
 - 3.1. четко выделить результаты исследования и полученные выводы;
 - 3.2. обозначить вопросы, которые не были решены, и новые вопросы, появившиеся в процессе исследования.
4. Библиография.

При оформлении работы необходимо придерживаться требований к написанию курсовой работы.

9.2. Реферат

Реферат – форма научно-исследовательской деятельности, направленная на развитие научного мышления, на формирование познавательной деятельности по предмету через комплекс взаимосвязанных методов исследования, на самообразование и творческую деятельность.

Какие *задачи решает* данная форма научно-исследовательской деятельности?

1. Расширяет знания по общим и частным вопросам предмета.
2. Способствует формированию умений и навыков самостоятельной исследовательской работы; закладывает базу для научного исследования в профессиональной области и т.д.
3. Содействует формированию библиографических знаний и умений.
4. Формирует навык оформления научных работ.

Какие можно выделить *этапы и методы исследования* в разработке темы?

5. Изучение литературы по теме.
6. Обоснование актуальности темы.
7. Подбор материала для написания основной части реферата.
8. Выделение вопросов, предлагаемых для эмпирического исследования.
9. Подбор иллюстративного материала по теме реферата (если требует необходимость исследования).
10. Определение результатов исследования.

Рефераты могут носить как теоретический, так и практический характер.

Какие возможно предложить рекомендации при *защите реферата*?

11. Время, отведённое на защиту реферата не должно превышать 15 минут. Сюда входит не только изложение информации аттестуемым, но и вопросы, задаваемые выступающим.

12. Выступление заключается в изложении следующих моментов: актуальности темы, основные теоретические выкладки, выводы по работе. Выступление должно сопровождаться наглядным материалом (презентация).

Оценивается работа по следующим критериям:

1. Актуальность темы исследования.
2. Характер изложения материала: научность, доступность, последовательность, язык изложения, вызывает ли интерес, прочитанный материал и т.д.
3. Наличие графических работ, их качество (если требует необходимость исследования).
4. Наличие иллюстративного материала, его соответствие тематике исследования (если требует необходимость исследования).
5. Оформление работы.
6. Качество защиты: знание материала, использование наглядных пособий, ответы на вопросы.

Методические рекомендации к подготовке и оформлению рефератов.

1. Приступая к выполнению работы необходимо внимательно ознакомиться с предлагаемой тематикой. Исходя из собственных интересов, наличия литературы или возможности получить ее в библиотеке, обучающийся должен выбрать для работы одну из рекомендуемых тем.

2. Работая с библиографическими источниками, следует помнить, что почти во всех книгах имеется список литературы, который дает представление о наиболее значимых работах в соответствующей научной отрасли. Это облегчат целенаправленный поиск литературы. Приемлемым количеством литературных источников можно считать 10 книг. Главное для автора – показать, что он знаком с важнейшими работами по данному вопросу и сумел на их основе всесторонне раскрыть тему.

3. Просмотрев основную литературу, составляете план работы.

4. Далее приступаете к написанию черновика работы. Работу с литературными источниками необходимо проводить в форме конспектирования текста своими словами, а не переписыванием его. Конспект лучше делать на небольших листах бумаги и на один лист писать только те материалы, которые относятся к одному пункту плана. По вопросам, которые вызывают затруднения необходимо проводить индивидуальную консультацию с преподавателем. Отработав тщательно черновик, приступаете к оформлению работы на чисто.

5. Работа не должна быть объемной (15 печатных страниц). При оформлении работы необходимо придерживаться требований к написанию курсовой работы.

9.3. Расчетно-графическая работа.

Примеры типовых задач для самопроверки

Задачи к теме № 1.

1. Вычислить произведение матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Пусть заданы матрицы: $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & 5 & -10 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 6 \end{pmatrix}$,

O – матрица размера $[3 \times 3]$ с нулевыми элементами.
Проверить, что $AB = O$, $BA = -B$.

Задачи к теме № 2.

1. Методом Гаусса-Жордана решить следующие СЛУ, выписать общее решение СЛУ, выяснить от скольких параметров зависит решение.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 3 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 4 \end{cases}$$

Задачи к теме № 3.

1. Определить, какое из перечисленных ниже множеств является линейным векторным пространством:

а) множество L_1 матриц размера $[2 \times 2]$, все компоненты которых суть целые числа;

б) множество L_2 матриц размера $[2 \times 2]$, у которых второй столбец равен первому, умноженному на 7.

Предполагается, что линейные операции с элементами этих множеств заданы как операции с матрицами (поэлементно).

Выяснить, являются системы векторов линейно зависимыми или линейно независимыми

3.4. $a = O$.

3.5. $a \neq O$.

3.6. $a, b, 0, c$.

3.7. $a, b, 7a, c$.

$$a^1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad a^2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad a^3 = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Задачи к теме № 4.

1. 1). Доказать, что столбцы $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ являются базисом в пространстве R^2 .
Вычислить линейную комбинацию $v = \alpha a + \beta b$ при $\alpha = 2, \beta = 3$.

2). Разложить вектор $w = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ по базису a, b .

3) На клетчатой бумаге нарисовать чертежи, соответствующие задачам 1, 2.

2. Доказать, что система векторов

$$u^1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad u^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad u^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad u^4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

является базисом в пространстве $M_{[2 \times 2]}$. Найти координаты вектора $v = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

в этом базисе.

Задачи к теме № 6.

1. Вычислить скалярное произведение вектора $b = (-1, 1, 4, 0)^T$ и его проекции p на подпространство

$$L = \text{Lin}[a^1, a^2], \quad a^1 = (1, 0, 2, 0)^T, \quad a^2 = (0, 1, 1, -1)^T.$$

2. Вычислить угол между вектором $b = (4, 2, 2, 0)^T$ и подпространством $L = \text{Lin}[a^1, a^2]$, $a^1 = (1, -1, 2, 0)^T$, $a^2 = (0, 2, 1, -1)^T$.

3. Решить несовместную СЛУ $Ax = b$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Задачи к теме № 8.

Найти собственные числа и собственные векторы линейных операторов, заданных матрицами.

$$10.25. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad 10.27. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

9.4. Контрольная работа.

Примеры типовых вариантов контрольных работ

1-й контрольный срез знаний

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Линейная алгебра

Вариант 1

1. [30(20) баллов]. Дана матрица $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. На какую матрицу следует умножить эту матрицу справа, чтобы получить матрицу $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$?

2. [20(15) баллов]. Выяснить, является ли система векторов линейно зависимой или линейно независимой

$$a^1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad a^2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad a^3 = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

3. [10(0) баллов]. Пусть векторы a и b - линейно независимы. Доказать, что векторы $c = a + 2b$, $d = 3a - b$ также являются линейно независимыми.

Замечание. Если решение задач не сопровождается письменными объяснениями хода рассуждений, то оценка решение задачи снижается до величины, указанной в круглых скобках.

2-й контрольный срез знаний

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Линейная алгебра

Вариант 1

1. [20(10) баллов]. Записать решение неоднородной СЛУ

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 = 2, \\ 2x_2 + x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

в виде суммы некоторого частного решения \mathbf{x}^0 ($A\mathbf{x}^0 = \mathbf{b}$) неоднородной СЛУ $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и общего решения однородной СЛУ $A\mathbf{y} = \mathbf{0}$. Чему равна размерность многообразия, описывающего общее решение неоднородной СЛУ?

2. [20(10) баллов]. Решить СЛУ
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ 2x_1 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_3 = 3. \end{cases}$$

по формуле $\mathbf{x} = A^{-1}\mathbf{b}$. Предварительно вычислить обратную матрицу.

3. [20(10) баллов]. Найти t , при котором $rk A(t) = \max$.

$$A(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & t+4 & 3 \\ 1 & t+3 & t+2 \end{pmatrix}.$$

9.5. Курсовая работа по дисциплине «Линейная алгебра» не предусмотрена по учебному плану.

9.6. Доклад

Доклад – это вид самостоятельной работы, заключающийся в разработке обучающимися темы на основе изучения литературы и развернутом публичном сообщении по данной проблеме.

Отличительными признаками доклада являются:

1. передача в устной форме информации;
2. публичный характер выступления; – стилевая однородность доклада;
3. четкие формулировки и сотрудничество докладчика и аудитории;
4. умение в сжатой форме изложить ключевые положения исследуемого вопроса и сделать выводы.

В ходе самостоятельной подготовки к семинарским занятиям, особенно по гуманитарным дисциплинам, обучающимся может использоваться, к примеру, так называемый метод контрфактического моделирования событий, который научит их самостоятельно рассуждать о минувших, а также современных событиях, покажет мотивы принятия людьми решений, причины совершенных ошибок. Такая работа, в процессе которой приходится сравнивать,

сопоставлять, выявлять логические связи и отношения, применять методы анализа и синтеза, позволит успешно в дальнейшем подготовиться к зачетам, экзаменам и тестированию.

9.7. Презентация

Презентация – это документ или комплект документов, предназначенный для представления чего-либо (организации, проекта, продукта и т.п.). Цель презентации – донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации в удобной форме.

Стиль презентации

1. Вся презентация должна быть выдержана в едином стиле, на базе одного шаблона.
2. Стиль включает в себя:
 - 2.1. общую схему шаблона: способ размещения информационных блоков;
 - 2.2. общую цветовую схему дизайна слайда;
 - 2.3. цвет фона или фоновый рисунок, декоративный элемент небольшого размера и др.;
 - 2.4. параметры шрифтов (гарнитура, цвет, размер) и их оформления (эффекты), используемых для различных типов текстовой информации (заголовки, основной текст, выделенный текст, гиперссылки, списки, подписи);
 - 2.5. способы оформления иллюстраций, схем, диаграмм, таблиц и др.

Правила использования цвета.

Одним из основных компонентов дизайна учебной презентации является учет физиологических особенностей восприятия цветов человеком. К наиболее значимым из них относят:

1. стимулирующие (теплые) цвета способствуют возбуждению и действуют как раздражители (в порядке убывания интенсивности воздействия): красный, оранжевый, желтый;
2. дезинтегрирующие (холодные) цвета успокаивают, вызывают сонное состояние (в том же порядке): фиолетовый, синий, голубой, сине-зеленый; зеленый;
3. нейтральные цвета: светло-розовый, серо-голубой, желто-зеленый, коричневый;
4. сочетание двух цветов – цвета знака и цвета фона – существенно влияет на зрительный комфорт, причем некоторые пары цветов не только утомляют зрение, но и могут привести к стрессу (например, зеленые буквы на красном фоне);

Правила использования фона

1. Фон является элементом заднего (второго) плана, должен выделять, оттенять, подчеркивать информацию, находящуюся на слайде, но не заслонять ее.
2. Легкие пастельные тона лучше подходят для фона, чем белый цвет.
3. Для фона предпочтительны холодные тона.

Правила использования текстовой информации

Не рекомендуется:

1. перегружать слайд текстовой информацией;
2. использовать блоки сплошного текста;

3. в нумерованных и маркированных списках использовать уровень вложения глубже двух;
4. использовать переносы слов;
5. использовать наклонное и вертикальное расположение подписей и текстовых блоков;
6. текст слайда не должен повторять текст, который преподаватель произносит вслух (зрители прочитают его быстрее, чем расскажет преподаватель, и потеряют интерес к его словам).

Рекомендуется:

1. сжатость и краткость изложения, максимальная информативность текста: короткие тезисы, даты, имена, термины – главные моменты опорного конспекта;
2. использование коротких слов и предложений, минимум предлогов, наречий, прилагательных;
3. использование нумерованных и маркированных списков вместо сплошного текста;
4. использование табличного (матричного) формата предъявления материала, который позволяет представить материал в компактной форме и наглядно показать связи между различными понятиями;
5. выполнение общих правил оформления текста;
6. тщательное выравнивание текста, буквиц, маркеров списков;

Правила использования шрифтов

При выборе шрифтов для представления вербальной информации презентации следует учитывать следующие правила:

1. Не рекомендуется смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.
2. Учитывая, что гладкие (плакатные) шрифты, т. е. шрифты без засечек (типа Arial, Tahoma, Verdana и т.п.) легче читать с большого расстояния, чем шрифты с засечками (типа Times), то:
 - 2.1. для основного текста предпочтительно использовать плакатные шрифты;
 - 2.2. для заголовка можно использовать декоративный шрифт, если он хорошо читается и не контрастирует с основным шрифтом.
3. Текст должен быть читабельным (его должно быть легко прочитать с самого дальнего места).
4. Рекомендуемые размеры шрифтов:
 - 4.1. для заголовков – не менее 32 пунктов и не более 50, оптимально – 36 пункта;
 - 4.2. для основного текста – не менее 18 пунктов и не более 32, оптимально – 24 пункта.

Правила использования графической информации

Динамика взаимоотношений визуальных и вербальных элементов и их количество определяются функциональной направленностью учебного материала. Изображение информативнее, нагляднее, оно легче запоминается, чем текст. Поэтому, если можно заменить текст информативной иллюстрацией, то лучше это сделать.

При использовании графики в презентации следует выполнять следующие правила и рекомендации, обусловленные законами восприятия человеком зрительной информации:

Анимационные эффекты

1. Рекомендуется использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде. Однако не стоит чрезмерно насыщать презентацию такими эффектами, иначе это вызовет негативную реакцию аудитории.

2. Анимация должна быть сдержанна, хорошо продумана и допустима:

2.1. для демонстрации динамичных процессов;

2.2. для привлечения внимания слушателей, создания определенной атмосферы презентации.

3. Анимация текста должна быть удобной для восприятия: темп должен соответствовать технике чтения обучающихся.

4. Не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами, они не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде.

5. Анимация не должна быть слишком активной. Особенно нежелательны такие эффекты, как вылет, вращение, волна, побуквенное появление текста и т.д. В учебных презентациях для детей и подростков такие эффекты, как движущиеся строки по горизонтали и вертикали, запрещены нормативными документами.

Важнейшим свойством мультимедийного блока является скорость и качество его работы в составе презентации. С этой точки зрения наличие большого количества мультимедийных блоков в презентации нецелесообразно, так как может значительно замедлить ее работу.

Учет указанных особенностей конструирования и оформления презентации в значительной степени влияет на эффективность восприятия представленной в ней информации.

10. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

10.1. Примерный перечень вопросов к экзамену, зачету

1. Линейные операции с матрицами. Правило умножения матрицы на столбец.
2. Свойства умножения матрицы на матрицу.
3. Причины некоммутативности умножения матриц (привести примеры).
4. Формула транспонирования произведения двух матриц.
5. Метод Гаусса-Жордана решения систем линейных уравнений (СЛУ).
6. Критерий несовместности СЛУ в методе Гаусса-Жордана.
7. Понятие общего решения системы линейных уравнений. Привести пример столбцовой записи общего решения СЛУ.
8. Определение линейного векторного пространства. Примеры основных линейных пространств.
9. Определение линейной зависимости, линейной независимости векторов. Примеры.
10. Определение базиса линейного пространства. Координаты вектора относительно заданного базиса. Пример.
11. Теорема о единственности разложения вектора по базису.
12. Свойства базиса. Определение размерности пространства. Примеры определения размерностей основных линейных пространств.
13. Определение и свойства обратной матрицы. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы.

14. Вычисления обратной матрицы с помощью метода Гаусса-Жордана. Пример.
15. Определение подпространства. Линейная оболочка. Линейное многообразие в линейном пространстве.
16. Прямая, плоскость, гиперплоскость в n -мерном пространстве.
17. Ранг матрицы. Теорема о ранге прямоугольной матрицы.
18. Вычисления ранга матрицы методом Гаусса.
19. Условие совместности СЛУ. Теорема Кронекера-Капелли.
20. Определение (формулы для вычисления) определителей 2-го, 3-го порядков.
21. Понятие минора и алгебраического дополнения элемента квадратной матрицы.

Примеры.

22. Определение определителя n -го порядка с помощью разложения определителя по строке (столбцу).
23. Свойства определителей.
24. Вычисления определителя методом Гаусса.
25. Формулы Крамера для решения СЛУ с квадратной матрицей.
26. Определение евклидова пространства. Свойства скалярного произведения векторов.
27. Определение, свойства нормы вектора и угла между двумя ненулевыми векторами евклидова пространства.
28. Неравенство Коши-Буняковского.
29. Ортогональный, ортонормированный базис. Теорема Пифагора в n -мерном евклидовом пространстве.
30. Задача о нахождении проекции точки на прямую в n -мерном евклидовом пространстве.
31. Задача о нахождении проекции точки на подпространство в n -мерном линейном евклидовом пространстве.
32. Определение обобщенного решения несовместной системы линейных уравнений.

Метод наименьших квадратов.

33. Линейный оператор. Определение, свойства, примеры.
34. Матрица линейного оператора
35. Собственные числа и векторы линейного оператора.
36. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы, формула преобразования матрицы квадратичной формы в новых переменных.
37. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Формулировка закона инерции для квадратичной формы.
38. Определение знака квадратичной формы. Примеры.
39. Способы определения знака квадратичной формы.
40. Критерий Сильвестра положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы.

Как готовиться к экзамену по линейной алгебре.

1. Изучить конспект лекций.
2. Выучить наизусть все определения основных понятий линейной алгебры.
3. Выучить все доказательства теорем, которые приводились на лекциях.
4. Перечень основных понятий, формулировки теорем.
5. Повторить решения домашних.

10.2 Оценивание обучающегося на зачёте.

Требования к знаниям

Обучающийся, изучивший курс дисциплины «**Линейная алгебра**» должен:

знать:

- знать состав, структуру требуемых данных и информации, процессы их сбора, обработки и интерпретации; различные варианты решения задачи;
- знать базовые экономические решения в различных областях жизнедеятельности.

уметь:

- уметь анализировать задачи, выделяя их базовые составляющие; осуществлять декомпозицию задачи; находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи; грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки; отличать факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности;
- уметь принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности.

владеть:

- владеть оценкой практических последствий возможных решений задачи;
- владеть способностью принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности

11. Основная и дополнительная учебная литература дисциплины

11.1. Основная литература

1. *Малугин, В. А.* Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 478 с.

2. *Татарников, О. В.* Линейная алгебра и линейное программирование. Практикум : учебное пособие для вузов / Л. Г. Бирюкова, Р. В. Сагитов ; под общей редакцией О. В. Татарникова. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 53 с.

3. *Татарников, О. В.* Линейная алгебра : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнев ; под общей редакцией О. В. Татарникова. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 334 с.

11.2. Дополнительная литература.

1. *Кремер, Н. Ш.* Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 422 с.

2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 340 с.

3. *Лубягина, Е. Н.* Линейная алгебра : учебное пособие для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. – 2-е изд. – Москва : Издательство Юрайт, 2021.

4. Орлова, И. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов : учебник и практикум для вузов / И. В. Орлова, В. В. Угрозов, Е. С. Филонова. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 370 с.

5. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 110 с.

6. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 309 с.

7. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 302 с.

8. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 288 с.

9. Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 258 с.

10. Шилин, И. А. Линейная алгебра. Задачник : учебное пособие для вузов / И. А. Шилин. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 118 с.

12. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» для изучения дисциплины

13. Информационные технологии, используемые для осуществления образовательного процесса по дисциплине

13.1. Информационные технологии

Информационные технологии охватывают все ресурсы, необходимые для управления информацией, особенно компьютеры, программное обеспечение и сети, необходимые для создания, хранения, управления, передачи и поиска информации. Информационные технологии, используемые в учебном процессе: компьютерные сети, терминалы (компьютер, сотовые телефоны, телевизор), услуги (электронная почта, поисковые системы).

1. Реализация учебной дисциплины требует наличия компьютерного класса со следующим обеспечением:

2. Из расчёта 1 помещение на 1 (одну) группу из 15 человек обучаемых и 1 (один) преподаватель предоставляется помещение с 16-ю рабочими местами с компьютерами (Автоматизированные Рабочие Места, АРМ), объединёнными в локальную сеть (ЛВС).

3. Преподавателю предоставляется учётная запись с правами локального и сетевого администратора на всех АРМ.

4. Характеристики АРМ: ОС не ниже Windows XP SP3, IE 6.0; аппаратное обеспечение: не ниже Intel Pentium III 1000 МГц, 512 Мб RAM, 80 Гб HDD, SVGA (1024x768x32), 100 Мбит Ethernet Adapter.

5. Характеристики сети: 100 Мбит Fast Ethernet, наличие доступа в Интернет.

6. Проектор с возможностью подключения к разъёму D-Sub и, желательно, DVI или возможность подключения Flash-накопителя.

7. Проекционный экран с белым проекционным полотном без крупных физических дефектов.

8. ЛВС должна иметь высокоскоростное подключение к сети Internet.

13.2. Программное обеспечение (комплект лицензионного программного обеспечения)

Для повышения качества подготовки и оценки полученных знаний часть семинарских занятий планируется проводить в компьютерном классе с использованием компонентов Microsoft Office 2010: Word, Excel, Access, PowerPoint, Visio.

13.3. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для организации самостоятельной подготовки обучающихся по дисциплине, им требуется обеспечить доступ к следующим электронным справочным ресурсам:

1. **Библиотека:** Электронная библиотечная система издательства «ЮРАЙТ».

14. Материально-техническое обеспечение дисциплины

При реализации образовательной программы по направлению подготовки **38.03.01 Экономика, профиль «Финансы и кредит»** необходимо использовать следующие компоненты материально-технической базы Института для изучения дисциплины **«Линейная алгебра»:**

1. Аудиторный фонд.
2. Материально-технический фонд.
3. Библиотечный фонд.

Аудиторный фонд Института предлагает обустроенные аудитории для проведения лекционных занятий, практических занятий. Они оснащены столами, стульями, досками, техническим оборудованием.

Материально-технический фонд Института располагает проведением лекционных и практических занятий.

Проведение лекций обеспечено наличием мультимедийного проектора, ноутбука, экрана для демонстраций, мультимедийных презентаций, разработанных в программе PowerPoint.

Материально-техническое обеспечение практических / семинарских занятий отображено в таблице.

Очная, очно-заочная, заочная форма обучения:

№ п/п	Наименование темы практического /семинарского занятия лабораторной работы/практического занятия	Оборудование
1.	Тема 1. Линейные операции с матрицами.	Аудитория для семинарских занятий или читальный зал библиотеки, оборудованные учебной мебелью, компьютерами, имеющими выход в Интернет и необходимый комплект программного обеспечения, а также видеопроjectionное оборудо-
2.	Тема 2. Системы линейных уравнений (СЛУ).	
3.	Тема 3. Линейные векторные пространства (ЛВП).	
4.	Тема 4. Подпространства ЛВП.	
5.	Тема 5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	
6.	Тема 6. Евклидово пространство.	
7.	Тема 7. Определители. Формулы Крамера.	
8.	Тема 8. Линейные операторы.	
9.	Тема 9. Квадратичные формы.	

№ п/п	Наименование темы практического /семинарского занятия лабораторной работы/практического занятия	Оборудование
		дование для презентаций.

Библиотечный фонд Института обеспечивает доступ каждого обучающегося к базам данных, формируемым по полному перечню дисциплин. Во время самостоятельной подготовки обучающиеся обеспечены доступом к сети Интернет.

Каждый обучающийся обеспечен не менее чем одним учебным электронным изданием по дисциплине **«Линейная алгебра»**.

Библиотечный фонд укомплектован печатными и/или электронными изданиями основной и дополнительной учебной литературы, изданными за последние 5 лет.